

**ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ №1**  
**ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ**

Вычислить производные функций:

- |                               |                                            |
|-------------------------------|--------------------------------------------|
| 1. $y = x^2$                  | 2. $y = x^7 - 3x^2 - x + 5$                |
| 3. $y = x^2 - \frac{1}{x}$    | 4. $y = \frac{x^2}{x^3 + 1}$               |
| 5. $y = \sin x + \cos x$      | 6. $y = a^x \operatorname{arctg} x$        |
| 7. $y = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ | 8. $y = \frac{\ln x}{\operatorname{tg} x}$ |

Вычислить производные сложных функций:

- |                               |                                                 |
|-------------------------------|-------------------------------------------------|
| 9. $y = \sqrt{3x^2 + 1}$      | 10. $y = \operatorname{tg} 2x$                  |
| 11. $y = \ln \ln x$           | 12. $y = 4 \operatorname{ctg}(x/2)$             |
| 13. $y = \ln \frac{x-a}{x+a}$ | 14. $y = \ln \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ |
| 15. $y = \sqrt{4 - \sqrt{x}}$ | 16. $y = \sqrt{1 - x^2} \arccos x$              |

Вычислить производные второго порядка от функций:

- |                                        |                               |
|----------------------------------------|-------------------------------|
| 17. $y = 3 \sin x$                     | 18. $y = (ax^2 - b)^2$        |
| 19. $y = x \ln x$                      | 20. $y = \operatorname{tg} x$ |
| 21. $y = e^x + \operatorname{arctg} x$ | 22. $y = \ln x$               |

Вычислить дифференциалы функций:

- |                                        |                                       |
|----------------------------------------|---------------------------------------|
| 23. $y = \cos^2 x$                     | 24. $y = 1 - 3 \sin 5x$               |
| 25. $y = x^2 \ln x$                    | 26. $y = (x^2 - 1)^2$                 |
| 27. $y = \ln \sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}$ | 28. $y = \operatorname{arctg}(1-x)^2$ |

Вычислить частные производные для следующих функций:

- |                                |                                            |
|--------------------------------|--------------------------------------------|
| 29. $z = e^{x^2+y^2}$          | 30. $z = x^2 \sin y$                       |
| 31. $z = x^y$                  | 32. $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ |
| 33. $z = (5x^2 y - y^3 + 7)^3$ | 34. $z = \sin(x^2 + y)$                    |

Вычислить частные производные второго порядка функции:

- |                           |                               |
|---------------------------|-------------------------------|
| 35. $z = x^2 + 4y^2$      | 36. $z = \frac{x-y}{x+y}$     |
| 37. $z = \ln(x-2y)$       | 38. $z = e^{xy}$              |
| 39. $z = \ln \frac{y}{x}$ | 40. $z = \cos x + 3 \sin y^2$ |

Вычислить полный дифференциал функций:

- |                            |                               |
|----------------------------|-------------------------------|
| 41. $z = x^2 + y^2$        | 42. $z = y \ln x$             |
| 43. $z = \sqrt{x^3 - y^3}$ | 44. $z = \arcsin \frac{x}{y}$ |
| 45. $z = \cos(2x + 5y^4)$  | 46. $z = e^{8xy}$             |

47. Зависимость между количеством  $x$  вещества, полученного в некоторой химической реакции, и временем  $t$  выражается уравнением  $x = A(1 + e^{-kt})$ , где  $A$  и  $k$  – постоянные. Определить скорость реакции.

48. Растворение лекарственных веществ из таблеток подчиняется уравнению  $c = c_0 e^{-kt}$ , где  $c$  – количество лекарственного вещества в таблетке, оставшееся к времени растворения,  $c_0$  – исходное количество лекарственного вещества в таблетке;  $k$  – постоянная скорости растворения. Определить скорость растворения лекарственных веществ из таблеток.

49. Смещение в ответ на одиночное мышечное сокращение (единичный импульс) описывается уравнением  $y = te^{-t^2/2}$ ,  $t > 0$ . Определить скорость и ускорение в зависимости от времени.

50. Рост числа бактерий подчиняется закону  $f(t) = \frac{1000e^t}{1 + 0,1(e^t - 1)}$ .

Определить скорость роста числа бактерий.

51. Форму комплекса потенциалов, возникающих при возбуждении сетчатки глаза светом (электроретинограмма), можно выразить уравнением  $u = r \sin(-3,05 \cdot 10^{-3} t^3 + 5,6 \cdot 10^{-2} t^2 + 1,59 \cdot 10^{-1} t)$ , где  $r$  – постоянная,  $t$  – время. Определить скорость изменения потенциала в начальный момент времени  $t=0$ .

52. Для увеличения сокоотдачи при обработке свежего лекарственного растительного сырья используется ультразвук. Общее уравнение сокоотдачи при использовании ультразвука имеет вид  $y = A(1 + kt^{0,7} e^{-0,01425h})$ , где  $A$ ,  $k$  – постоянные,  $t$  – продолжительность процесса,  $h$  – толщина озвучиваемого слоя сырья. Записать уравнения скорости сокоотдачи: 1) для  $h = \text{const}$ ; 2) для  $t = \text{const}$ .

53. Скорость химической реакции под действием ультразвука определяется формулой  $v = A \frac{\partial^2 E}{\partial V \partial t}$ , где  $A$  – постоянная,  $E$  – звуковая энергия, поглощенная в объеме  $V$  за время  $t$ . Записать уравнение скорости  $v$  химической реакции для  $E = BV \sin^2 \omega t$ , где  $B$  и  $\omega$  – постоянные.

54. При лечении некоторых заболеваний одновременно назначаются два препарата. Реакция организма (например, понижение температуры) на дозу  $x$  первого препарата и дозу  $y$  второго препарата описывается зависимостью  $f(x, y) = x^2 y^2 (a - x)(b - y)$ , где  $a$ ,  $b$  – постоянные. Определить дозу  $y$  второго препарата, которая вызовет максимальную реакцию при фиксированной дозе  $x$  первого препарата.

55. Реакция организма на дозу лекарственного препарата спустя  $t$  часов после приема описывается зависимостью  $f(x, t) = x^2 (a - x) t^2 e^{-t}$ . При какой дозе  $x$  реакция организма окажется максимальной и когда она наступит?