

ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ №5 СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

1. Задают ли закон распределения дискретной случайной величины следующие таблицы?

X	1	2	3	4
p	0,1	0,2	0,3	0,5

X	5	6	7	8
p	0,2	0,4	0,1	0,3

2. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения:

X	3	4	5	6	7
p	p_1	0,15	p_3	0,25	0,35

а) Найдите вероятности $p_1 = P(X=3)$ и $p_3 = P(X=5)$, если известно, что p_3 в 4 раза больше p_1 .

б) Получив ответ на первый вопрос, постройте многоугольник распределения.

3. Случайная величина X задана законом распределения

X	2	3	10
p	0,1	0,4	0,5

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$. Построить многоугольник распределения.

4. Найти дисперсию случайной величины X , зная закон ее распределения. Построить многоугольник распределения.

X	0,1	2	10	20
p	0,4	0,2	0,15	0,25

5. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения

X	0,2	0,4	0,6	0,8	1
p	0,1	0,2	0,4	P_4	0,1

Чему равна вероятность $P_4(X=0,8)$? Построить многоугольник распределения. Найти математическое ожидание и дисперсию.

6. Закон распределения случайной величины X задан следующей таблицей:

X	0	1	2	3	4
p	0,13	0,35	0,35	0,15	0,02

Вычислить ее математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

7. Число α -частиц, достигающих счетчика в некотором опыте за равные промежутки времени, является случайной величиной, распределенной по закону, заданному следующей таблицей:

α	p	α	p	α	p	α	p
0	0,021	3	0,201	6	0,097	9	0,011
1	0,081	4	0,195	7	0,054	10	0,007
2	0,156	5	0,151	8	0,026		

Найти: 1) математическое ожидание и дисперсию числа частиц, достигающих счетчика; 2) вероятность того что число частиц, достигающих счетчика, будет не меньше четырех.

8. Медсестра обслуживает трех больных. Вероятность того, что каждому больному в течение часа потребуется внимание сестры, равна 0,4. Построить функцию распределения числа вызовов медсестры в течение часа.

9. По оценкам, в городе N происходит в среднем одно рождение в час. Какова вероятность того, что за данный час: 1) не произойдет ни одного рождения; 2) произойдет более двух рождений?

10. Для функции распределения непрерывной случайной величины

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ ax^2 & \text{при } 0 < x \leq 2 \\ 1 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

Найти коэффициент a и плотность вероятности случайной величины X . Определить вероятность попадания случайной величины X в интервале $(0;1)$.

11. Случайная величина задана интегральной функцией. Найти дифференциальную функцию (плотность вероятности).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{2}(1 - \cos x) & \text{при } 0 < x \leq \pi \\ 1 & \text{при } x > \pi \end{cases}$$

12. Случайная величина задана интегральной функцией:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} & \text{при } -1 < x \leq 2 \\ 1 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале $[0;1]$

13. Случайная величина задана дифференциальной функцией:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{2} \sin x & \text{при } 0 < x \leq \pi \\ 0 & \text{при } x > \pi \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение, заключенное в интервале $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$.

14. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины X в интервале $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ равна $f(x) = \frac{2}{\pi} \cos^2 x$, вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти вероятность того, что в двух независимых испытаниях X примет ровно два раза значение, заключенное в интервале $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$.

15. Для плотности вероятности случайной величины X $f(x) = C \sin^2 x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) определить параметр C .

16. Случайная величина X подчинена нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = 375$ и средним квадратическим отклонением $\sigma = 25$. Найти вероятность того, что значение этой случайной величины будет заключено в пределах от 300 до 425.

17. Плотность вероятности случайной величины X задана выражением $f(x) = a e^{-\frac{(x-5)^2}{8}}$. Найти коэффициент a и определить вероятность того, что в результате опыта случайная величина X отклонится от своего математического ожидания не более чем на 1,5.

18. Случайная величина X подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием 30 и дисперсией 10. Найти вероятность того, что значение случайной величины заключено в интервале (10, 50).

19. Среди 10 000 обследованных были выявлены два человека с редким заболеванием. Какова вероятность того, что из 10 000 случайно выбранных человек ровно у двух окажется редкое заболевание?

20. Известно, что для человека рН крови является случайной величиной, имеющей нормальное распределение с математическим ожиданием $\mu = 7,4$ и средним квадратическим отклонением $\sigma = 0,2$. Найти вероятность того, что уровень рН находится между 7,35 и 7,45.

21. Вероятность того, что среди стандартных ампул имеются ампулы с дефектом, равна 0,25. Составить биномиальное распределение вероятностей бездефектных взятых наугад 6 ампул.

22. Всхожесть семян лекарственного растения оценивается вероятностью 0,9. Составить биномиальное распределение вероятностей появления всхожих семян из пяти наугад взятых.

23. Вероятность изготовления нестандартного продукта равна 0,004. Найти вероятность того, что в партии из 1000 единиц окажется 5 нестандартных.

24. Из 1000 рецептов, поступивших в аптеку, 10 оказались неправильными. Какова вероятность того, что из 300 рецептов два будут неправильными?

25. Предполагается подвергнуть испытанию на прочность 100 таблеток. Для каждой таблетки вероятность разрушения равна 0,03. Какова вероятность того, что данная таблетка при испытании разрушится?

26. На аналитических весах производится взвешивание некоторого вещества без учета систематических ошибок. Случайные погрешности распределены по нормальному закону со средним квадратическим отклонением 2 мг. Определить вероятность того, что отклонение результата взвешивания от математического ожидания не превысит по абсолютной величине 1 мг.

27. По данным ОТК, брак при выпуске таблеток составляет 0,02. Найти вероятность того, что в серии из 1000 таблеток отклонение количества пригодных от 900 не превысит 0,05.

28. Для определения средней урожайности лекарственного растения взято на выборку по 1 м^2 с каждого гектара. Известно, что дисперсия по всему участку не превышает 4 кг. Оценить вероятность того, что среднее значение урожайности от средней урожайности по всему участку отличается не более чем на 2 кг. Всего засеяно 5 га.

29. Вероятность спроса на данную лекарственную форму 0,8. Оценить вероятность того, что при 1000 обращениях в аптеку отклонение частоты спроса на данную лекарственную форму от вероятности спроса по абсолютной величине будет меньше 0,05.

30. Дисперсия данных независимых случайных величин не превышает 4. Найти число величин, при котором вероятность отклонения их среднего арифметического от среднего арифметического их математических ожиданий не более чем на 0,25 превысит 0,99.